

ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
«САХАЛИНСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ЦЕНТР № 2»

Методическая разработка урока:

Графики тригонометрических функций вида  
 $y = kf(x), y = f(mx), y = kf(mx)$

М.Г. Лашкевич,  
преподаватель математики

Тымовское  
2016

Методическая разработка урока по теме: “Графики тригонометрических функций вида  $y = kf(x)$ ,  $y = f(mx)$ ,  $y = kf(mx)$ ” /Составила М.Г. Лашкевич /ГБПОУ СПЦ № 2. Тымовское, 2016 г.

Рекомендовано методической комиссией преподавателей  
общеобразовательного цикла ГБПОУ СПЦ № 2  
Председатель МК М.Г. Лашкевич

**Тема урока:** Графики тригонометрических функций вида  $y = kf(x)$ ,  $y = f(mx)$ ,  $y = kf(mx)$

**Тип урока:** урок формирования новых знаний на основе исследовательской работы

**Формы работы на уроке:** фронтальная, групповая, индивидуальная

**Цели:**

Образовательные:

1. Выяснить изменение графиков тригонометрических функций в зависимости от коэффициентов
2. Показать внедрение компьютерных технологий в обучение математике, интеграцию двух предметов: алгебры и информатики.
3. Формировать навыки использования компьютерных технологий на уроках математики

Развивающие

1. Развивать познавательный интерес учащихся
2. Развивать умения анализировать, сравнивать, выделять главное, приводить примеры

Воспитательные

1. Воспитывать самостоятельность, аккуратность, трудолюбие.
2. Научить отстаивать свою точку зрения

**Техническое обеспечение:**

1. Компьютеры (программа Excel)
2. Интерактивная доска
3. Раздаточный материал: задания для групп; карточки с заданиями для самостоятельной работы

**Структура урока.**

Части, блоки	Время
Организационный момент.	3 мин
Актуализация знаний.	7 мин
Постановка проблемного вопроса.	5 мин
Исследовательская работа на компьютерах	15 мин
Демонстрация результатов	15 мин
Закрепление (работа с учебником)	25 мин
Самостоятельная работа	12 мин
Итоги	3 мин
Рефлексия, домашнее задание	5 мин

## Ход урока

### 1. Организационный момент. Приветствие.

Здравствуйтесь, ребята!

### 2. Актуализация знаний.

1) Вычислите значение

$\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$	$\sin(\pi)$	$\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$	$\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$	$\operatorname{tg}\left(\frac{5\pi}{6}\right)$	$\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4}\right)$
$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	1

2) Сконструируйте уравнение функции

1 ряд: график которой смещен относительно оси Ох вправо и относительно оси Оу вверх

Ответ:  $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 3$

2 ряд: график которой смещен относительно оси Оу вниз

Ответ:  $y = \cos x - 1,5$

3 ряд: график которой смещен относительно оси Ох влево

Ответ:  $y = \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right)$

3) (На интерактивной доске) Постройте графики функций

$$y = \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$y = \sin x - 1$$

$$y = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 2$$

Вопросы:

1. Из графика, какой функции получен данный график?
2. Какой основной период данной функции?
3. Какова область значений данной функции?

4) Составьте возможное аналитическое задание функции по ее графику

$$y = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \text{ или } y = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$y = \sin x + 1 \text{ или } y = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 1$$

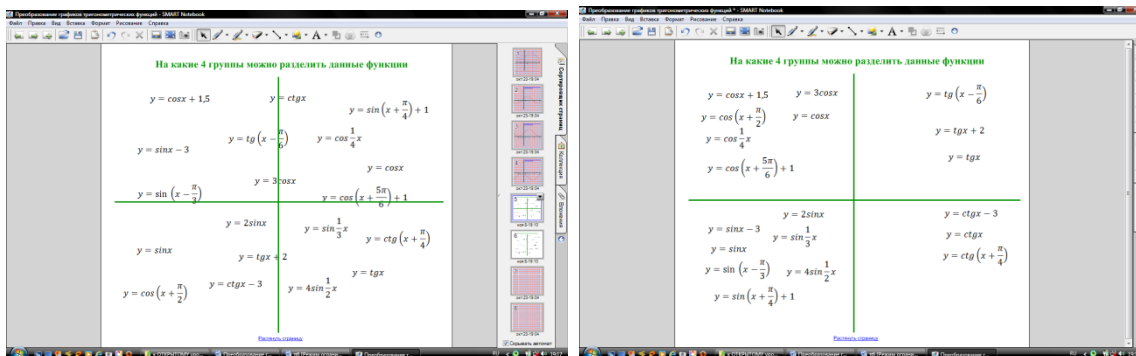
$$y = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 1 \text{ или } y = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 1$$

Вопросы:

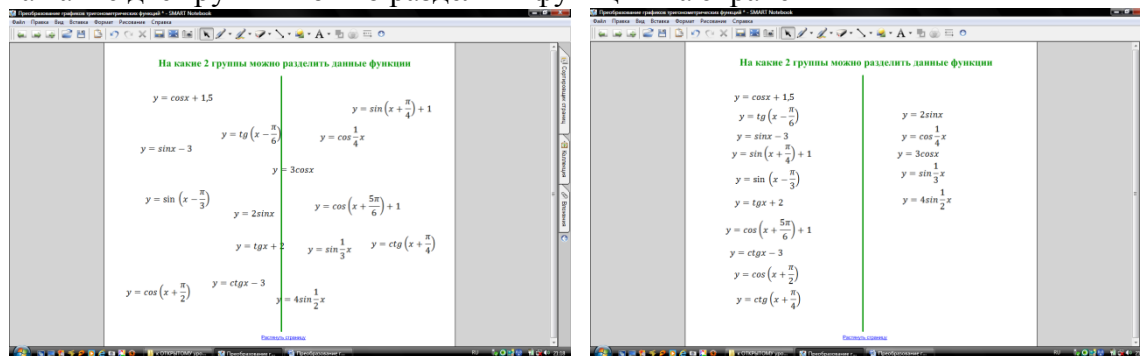
1. Из графика, какой функции получен данный график?
2. Какой основной период данной функции?
3. Какова область значений данной функции?

### 3. Определение темы и цели урока. Постановка проблемного вопроса.

На какие четыре группы можно разделить функции на экране (Ответ: по определению)

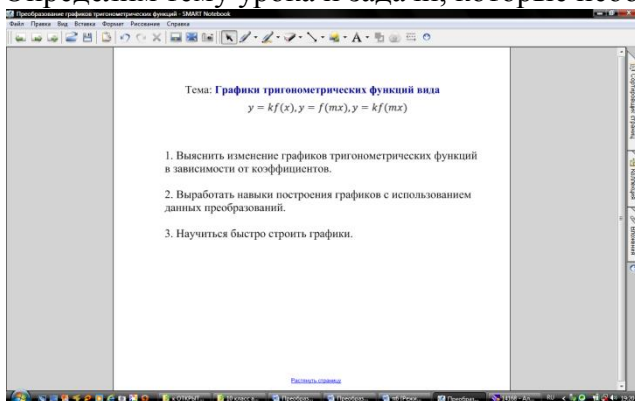


На какие две группы можно разделить функции на экране



Незнакомая группа тригонометрических функций вида  $y = kf(x)$ ,  $y = f(mx)$ ,  $y = kf(mx)$

Определим тему урока и задачи, которые необходимо решить.



#### 4. Исследовательская работа.

Группа делится на пары для исследовательской работы.

Каждой паре выдается карточка с заданием, обучающиеся работают над поставленной проблемой, делают выводы и готовятся к устному выступлению.

#### Задания для исследовательской работы:

##### 1 задание

Постройте графики функций данного вида и проследите, как изменяется вид графика в системе координат в зависимости от коэффициентов.

$y = k \sin x$ , (рассмотреть случаи для  $k$  и обратного значения  $k$ , то есть  $1/k$ )

$y = k \cos x$ , (рассмотреть случаи для  $k$  и обратного значения  $k$ , то есть  $1/k$ )

На основе полученных результатов сделать соответствующие выводы о преобразованиях графиков тригонометрических функций (Как изменился график исходной функции?, Что произошло с периодом функции?, Что произошло с областью значений функции?).

## 2 задание

Постройте графики функций данного вида и проследите, как изменяется вид графика в системе координат в зависимости от коэффициентов.

$y = \sin mx$ , (рассмотреть случаи для  $m$  и обратного значения  $m$ , то есть  $1/m$ )

$y = \cos mx$ , (рассмотреть случаи для  $m$  и обратного значения  $m$ , то есть  $1/m$ )

На основе полученных результатов сделать соответствующие выводы о преобразованиях графиков тригонометрических функций (Как изменился график исходной функции?, Что произошло с периодом функции?, Что произошло с областью значений функции?).

### Выводы:

- 1) коэффициент " $k$ " влияет на растяжение ( $k > 1$ ), сжатие ( $0 < k < 1$ ) относительно оси  $Ox$ .
- 2) коэффициент " $m$ " влияет на период, растяжение ( $0 < m < 1$ ) или сжатие ( $m > 1$ ) к оси  $Oy$ .

## 5. Закрепление (решение заданий из учебника)

№13.2(в), стр. 31

Построить график функции  $y = 1,5\sin x$

- 1) Построим график функции  $y = \sin x$ , для начала достаточно построить одну полуволну графика (пунктирной линией)
- 2) Осуществим растяжение построенного графика от оси  $Ox$  с коэффициентом 1,5, получим одну полуволну графика функции  $y = 1,5\sin x$
- 3) Повторяя полуволну, получаем весь график функции.

Вопрос: как построить график функции  $y = -1,5\sin x$ ?

(Преобразованием графика функции  $y = 1,5\sin x$  симметрично относительно оси  $Ox$ ).

Доверимся программе Excel, и посмотрим построение

**Дополним первый вывод относительно коэффициента  $k < 0$**

1) коэффициент " $k$ " влияет на растяжение ( $k > 1$ ), сжатие ( $0 < k < 1$ ) относительно оси  $Ox$ , если  $k < 0$ , то происходит зеркальное отображение графика относительно оси  $Ox$ .

№13.7(б)

Построить график функции  $y = -\frac{1}{2}\cos x + 2$

- 1) Построим график функции  $y = \cos x$ , для начала достаточно построить одну полуволну графика (пунктирной линией)
- 2) Осуществим сжатие построенного графика к оси  $Ox$  с коэффициентом  $1/2$ , получим одну полуволну графика функции  $y = \frac{1}{2}\cos x$
- 3) Преобразуем полуволну симметрично относительно оси  $Ox$
- 4) Переместим параллельным переносом на 2 единицы вверх относительно оси  $Oy$
- 5) Повторяя полуволну, получаем весь график функции.

№13.13(б)

Построить график функции  $y = -2\cos(-3x)$

Прежде всего, хотелось бы обратить ваше внимание на одно из свойств тригонометрических функций (четность и нечетность).

Следовательно, данную функцию можно преобразовать к виду  $y = -2\cos 3x$ .

- 1) Построим график функции  $y = \cos x$ , для начала достаточно построить одну полуволну графика (пунктирной линией)

- 2) Осуществим растяжение построенного графика от оси  $Ox$  с коэффициентом 2, получим одну полуволну графика функции  $y = 2\cos x$
- 3) Преобразуем полуволну симметрично относительно оси  $Ox$
- 4) Осуществим для полуволны графика функции  $y = -2\cos x$  сжатие к оси  $Oy$  с коэффициентом 3, получим полуволну графика функции  $y = -2\cos 3x$ .
- 5) Повторяя полуволну, получаем весь график функции  $y = -2\cos(-3x)$ .

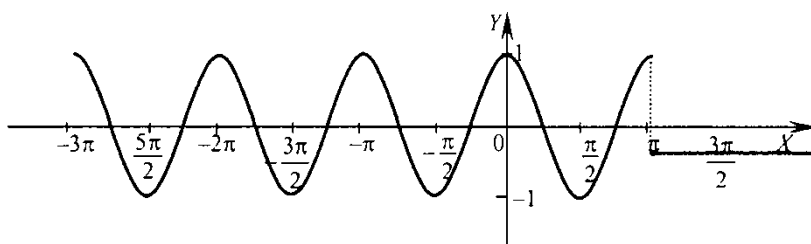
**Дополним первый вывод относительно коэффициента  $m < 0$**

2) коэффициент " $m$ " влияет на период, растяжение ( $0 < m < 1$ ) или сжатие ( $m > 1$ ) к оси  $Oy$ , если  $m < 0$ , то следует вспомнить о свойстве четности и нечетности функции.

№13.19(а) Рассмотрим кусочно-заданную функцию

Постройте и прочитайте график функции:

$$y = \begin{cases} \cos 2x, & \text{если } x \leq \pi; \\ -\frac{1}{2}, & \text{если } x > \pi. \end{cases}$$



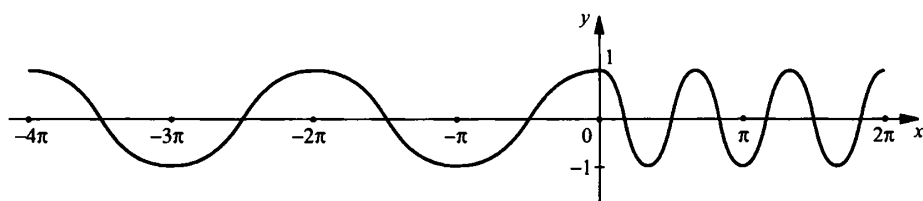
- 1)  $D(f) = R$ ;
- 2)  $E(f) = [-1; +1]$ ;
- 3) при  $x \leq \pi$ ,  $\tau = \pi$ ;
- 4) ни четная, ни нечетная;
- 5)  $f(x) = 0$  при  $x = -\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}$ ,  $n \leq -2$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ ;
- 6)  $f_{\min} = -1$ ;  $f_{\max} = 1$ ;
- 7)  $f(x) < 0$  при  $x \in (\frac{\pi}{4} - \pi n; \frac{3\pi}{4} - \pi n) \cup (\pi; +\infty)$ ,  $n \geq 1$ ;  $f(x) > 0$ ,  
при  $x \in (-\frac{\pi}{4} - \pi n; -\frac{\pi}{4} - \pi n) \cup (\frac{3\pi}{4}, \pi)$ ,  $n \geq 1$ ;
- 8)  $f(x)$  возрастает при  $x \in [\frac{\pi}{2} - \pi n; \pi - \pi n]$ , при  $n \geq 0$ ;  $f(x)$  убывает  
при  $x \in [-\pi n; \frac{\pi}{2} - \pi n]$ , при  $n \geq 1$ .

### Задание:

Построим график сложной функции  $y = \cos(2x + |x|)$ .

Напомним, что аргумент функции косинуса представляет собой функцию переменной  $x$ , и поэтому данная функция является сложной. Раскроем знак модуля и получим:  $y = \begin{cases} \cos x, & \text{если } x < 0, \\ \cos 3x, & \text{если } x \geq 0. \end{cases}$  Для

двух таких промежутков построим график функции  $y(x)$ . Учтем, что при  $x \geq 0$  график функции  $y = \cos 3x$  получается из графика функции  $y = \cos x$  сжатием в 3 раза вдоль оси абсцисс.



### 6. Тестирование на выбор правильного ответа из предложенных

#### 7. Итоги

Сегодня на уроке вы исследовали математическую проблему с помощью компьютера.

Выводы:

1) Коэффициент  $k$  влияет на растяжение ( $k > 1$ ), сжатие ( $0 < k < 1$ ) относительно оси  $Ox$ , если  $k < 0$ , то происходит зеркальное отображение графика относительно оси  $Ox$ .

2) Коэффициент  $m$  влияет на период, растяжение ( $0 < m < 1$ ) или сжатие ( $m > 1$ ) к оси  $Oy$ , если  $m < 0$ , то следует вспомнить о свойстве четности и нечетности функции.

#### 8. Рефлексия.

Перед вами лежит оценочный лист. В нем отмечены основные знания, умения, которые мы применяли с вами на уроке. Поставьте «+», если вы прекрасно выполняли эти задания, «±» - если не очень уверенно, «-» - если материал для вас сложен и непонятен.

Критерии	«+» или «-»	Домашнее задание
1) Зная график функции $y = f(x)$ построить график функции $y = kf(x)$ (сжатие и растяжение от оси $Ox$ с коэффициентом $k > 0$ ).		№13.1(аг), №13.3(ав), №13.7(аг), №13.8(аг)
2) Зная график функции $y = f(x)$ построить график функции $y = kf(x)$ (сжатие и растяжение от оси $Ox$ с коэффициентом $k < 0$ ).		№13.2(аб), №13.4(аб), №13.7(бв), №13.8(бв)
3) Зная график функции $y = f(x)$ построить график функции $y = f(mx)$ (сжатие и растяжение к оси $Oy$ с коэффициентом $m > 0$ ).		№13.12(аб), №13.14(аб)
4) Зная график функции $y = f(x)$ построить график функции $y = f(mx)$ (сжатие и растяжение к оси $Oy$ с коэффициентом $m < 0$ ).		№13.13(аб), №13.16(ав)

Таким образом, вы получили индивидуальное домашнее задание. Спасибо большое, ребята, за урок.